



Dr. Julian Lorenz
Senior Quantitative Analyst

Quantitative Anlagestrategien: Kombination von Moving-Average-Indikatoren auf unterschiedlichen Zeithorizonten

1 Einleitung

Quantitative Anlagestrategien versuchen, zukünftige Preise mithilfe vergangener Daten zu prognostizieren. Hierbei steht oftmals der *Momentum-Effekt* als einer der stärksten bekannten Kapitalmarktanomalien an erster Stelle. Mathematisch betrachtet spricht man von *Momentum*, wenn *positive serielle Korrelation* der Returns (der täglichen Renditen) vorliegt – die Tendenz, dass auf positive Returns weitere positive folgen. Momentum-Strategien versuchen also, steigende bzw. fallende Kurse zu erkennen und auf weitere Preissteigerungen bzw. Preisverfälle zu setzen. Der Momentum-Effekt findet nicht nur hohe Bedeutung für Handelsstrategien in der Praxis, sondern wurde auch in der akademischen Literatur – nicht zuletzt in Zusammenhang mit der Efficient-Market-Hypothese – ausführlich behandelt (siehe Jegadeesh und Titman, 1993 und 2001, Asness, Moskowitz und Pedersen, 2013, sowie Hurst, Ooi und Pedersen, 2012). Aus dem Blickwinkel des »Behavioral Finance« wird der Momentum-Effekt durch verhaltensbezogene Einflussfaktoren der Marktteilnehmer erklärt (z.B. »Herdentrieb«).

Eine andere, vielfach beobachtete und studierte Kapitalmarktanomalie ist Mean-Reversion (Countertrend). Hier handelt es sich vereinfacht gesprochen um die Korrektur temporärer Übertreibungen. Preise zeigen oftmals die Tendenz, nach starken Bewegungen zu einem (wie auch immer definierten) »Mittelwert« zurückzukehren, wenn der Markt überkauft (bzw. überverkauft) ist und es nicht genug Käufer (bzw. Verkäufer) gibt, um den Markt weiter in die eingeschlagene Richtung zu bewegen. Hier sprechen wir mathematisch von *negativer serieller Korrelation*.

In den Zeitreihen realer Märkte liegen Momentum und Mean-Reversion auf unterschiedlichen Zeithorizonten vor und sind scheinbar ineinander verwoben bzw. wechseln sich periodisch ab. In manchen Zeiten liegen sehr klare und starke Trends vor, in anderen Zeiten herrscht eher ein »Seitwärts-Markt« – man spricht hier oftmals von unterschiedlichen Marktregimes. Zudem sieht man selbst in Zeiten starker und klarer Trends kurzfristige Oszillationen um die intakte Trendlinie – Mean-Reversion auf kurzen Zeitskalen. Momentum und Mean-Reversion widersprechen sich also nicht – im Gegenteil. Eine optimale Anlagestrategie ist sich dessen bewusst und macht sich dies durch eine geeignete, möglicherweise dynamische Kombination verschiedener Anlagestile (Multi-Strategie) zunutze, etwa auf unterschiedlichen Zeitskalen, in unterschiedlichen Märkten oder zu unterschiedlichen Zeitpunkten (Regimes).

In diesem Arbeitspapier wollen wir Momentum und Mean-Reversion als marktinhärente Eigenschaften näher untersuchen. Das Ziel ist dabei weniger, explizite Anlagestrategien zu präsentieren, als an vereinfachten Modellen typische Effekte und Eigenschaften zu verdeutlichen.

Tabelle 1: Verwendete Futures-Märkte

Assetklasse	Instrument	Beschreibung
Equity	DM1	CBOT Mini Dow Jones Industrial Average Future
	ES1	CME E-Mini Standard & Poor's 500 Index Future
	GX1	Eurex DAX Index Future
	HI1	HKG Hang Seng Index Future
	NI1	SGX Nikkei 225 Stock Index Future
	NQ1	CME E-Mini NASDAQ 100 Index Future
	PT1	Montreal Exchange S&P/TSX 60 Index Future
	SM1	Eurex Swiss Market New Index Future
	FX	AD1
BP1		CME British Pound Currency Future
CD1		CME Canadian Dollar Currency Future
EC1		CME Euro Foreign Exchange Currency Future
JY1		CME Japanese Yen Currency Future
NV1		CME New Zealand Dollar Currency Future
Fixed Income		DU1
	FV1	CBOT 5 Year US Treasury Note
	OE1	Eurex 5 Year Euro BOBL Future
	RX1	Eurex 10 Year Euro BUND Future
	TU1	CBOT 2 Year US Treasury Note Future
	TY1	CBOT 10 Year US Treasury Note
Commodity	CL1	NYMEX Light Sweet Crude Oil Future
	GC1	COMEX Gold 100 Troy Ounces Future
	GI1	CME Goldman Sachs Commodity Index Future
	NG1	NYMEX Henry Hub Natural Gas Future
	SI1	COMEX Silver Future
	XB1	NYMEX Reformulated Gasoline Future

Wir verwenden rolladjustierte Zeitreihen der in Tabelle 1 aufgelisteten Futures-Märkte auf täglicher Schlusskursbasis. Die Rolladjustierung erfolgt mit der Backward-Adjust-Ratio-Methode. Unser Datensatz reicht von 2000/01 bis 2017/12. Wir vernachlässigen den Bid/Ask-Spread und andere Transaktionskosten.

2 Moving-Average-Crossover-Strategie

Für unsere Untersuchungen wenden wir die altbekannte Strategie des »Moving Average Crossover« an. Hierbei verwendet man die Schnittpunkte eines gleitenden Durchschnitts (Moving Average) mit der Preis-Zeitreihe als Long/Short-Signale. Für den gleitenden Durchschnitt können sowohl exponentielle als auch arithmetische Durchschnitte angesetzt werden.

Trotz ihrer Einfachheit finden solche Strategien zur Generierung von Momentum-Signalen in der Praxis sehr grosse Verwendung, siehe z.B. Baz, Granger, Harvey, Le Roux und Rattray, (2015). In der Praxis sind Momentum-Strategien allerdings komplexer und feingeschliffener, beispielsweise können Schnittpunkte zweier gleitender Durchschnitte mit unterschiedlichen Glättungsparametern herangezogen werden. Führt man noch eine weitere Glättung der Differenzserie durch, gelangt man zum MACD – ein weit verbreiteter Trendfolgeindikator. Weiteres Augenmerk richtet sich zudem in der Praxis auf Transformationen der Zeitreihe vor der Anwendung der Signal-Generierung (geeignete Volatilitätsadjustierungen, Entfernung von Ausreißern etc.) sowie gegebenenfalls weitere Transformationen des entstehenden Signals (Verhindern von Oszillationen, Volatilitätssteuerung etc.).

Algorithmus 1: MA(N)-Momentum-Strategie

N Periodenlänge in Tagen
Preis(t) Rolladjustierte Preis-Zeitreihe (Tagesschlusskursbasis)

1. Berechne Log-Preise $P(t) = \log \text{Preis}(t)$

$$P(t) = \log \text{Preis}(t)$$

2. Berechne arithmetischen Durchschnitt mit Periodenlänge N

$$MA_N(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P(t-i)$$

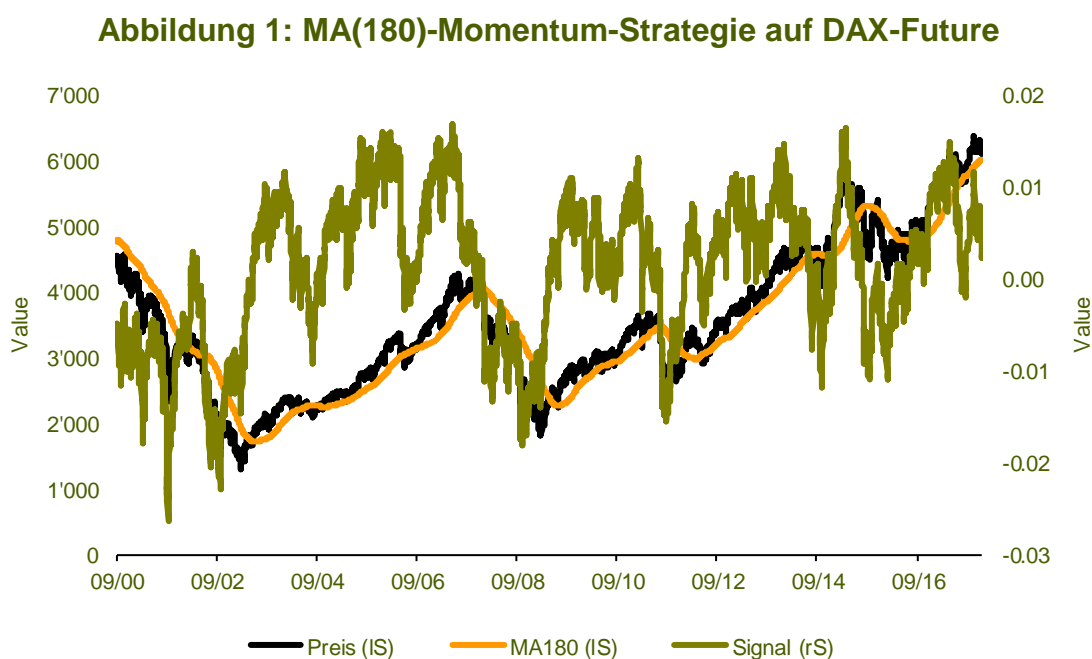
3. Berechne Signal

$$\text{Signal}(t) = P(t) - MA_N(t)$$

Falls $P(t) > MA_N(t)$, ergibt dies eine Long-Position, und falls $P(t) < MA_N(t)$, eine Short-Position. In der Umsetzung wird zudem das Signal noch geeignet skaliert.

Wir beschränken uns in dieser Arbeit jedoch auf die bereits erläuterte einfache Version des Indikators, da er für unsere Analyse lediglich ein Werkzeug darstellt. Vor die Anwendung des Indikators nehmen wir noch eine Volatilitätsadjustierung (3-Monats-Fenster) der Preissequenzen vor.

Typischerweise wird diese Strategie als »Momentum-Strategie« verwendet (Algorithmus 1): Liegt der Preis über dem gleitenden Durchschnitt, ergibt sich ein Long-Signal – wir befinden uns in einem Aufwärtstrend. Liegt er darunter, ergibt sich ein Short-Signal – es liegt ein Abwärtstrend vor. Wir bezeichnen diese Strategie im Folgenden als MA(N)-Momentum, wobei N der Glättungsparameter (in Tagen) ist. Abbildung 1 illustriert die Strategie am Beispiel des DAX Index Futures (N = 180 Tage).



Quelle: BANTLEON | Stand: Dezember 2017

Wie bereits erwähnt ist MA(N)-Momentum eine Momentum-Strategie. In der Tat kann man mathematisch Folgendes zeigen: Besitzt die zugrunde liegende Preiszeitreihe »Momentum« (d.h. positive serielle Korrelation der Returns), so ist die Strategie profitabel.

Theorem:

Sei $\mathbf{p}_t = \mathbf{P}(t)$ eine Log-Preissequenz und $\mathbf{r}_t = \mathbf{p}_t - \mathbf{p}_{t-1}$ die zugehörigen Log>Returns. Es gelte $\mathbb{E}[r_{t-i}r_t] \geq 0$ für $1 \leq i \leq N$, d.h. es liegt positive serielle Korrelation vor. Dann gilt für den erwarteten Profit $\mathbb{E}[\mathbf{Profit}]$ der Moving-Average-Strategie MA(N)-Momentum, die zu jedem Zeitpunkt \mathbf{t} die Position

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{p}_t - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{p}_{t-i}$$

hält, dass

$$\mathbb{E}[\mathbf{Profit}] > 0$$

Beweis:

Es gilt

$$MA_N(t) = P(t) - \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (N - i - 1)r_{t-i}$$

Der Performancebeitrag zum Zeitpunkt \mathbf{t} beträgt

$$(P(t) - MA_N(t)) * r_{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (N - i - 1)r_{t-i} r_{t+1}$$

und damit $\mathbb{E}[\mathbf{Profit}] \geq 0$.

Weist die Preis-Zeitreihe dagegen Mean-Reversion-Verhalten auf, so verliert man mit dieser Strategie. Allerdings lässt sich die Strategie leicht in eine profitable verwandeln – man macht einfach das Gegenteil. Das heißt: Liegt die Preis-Zeitreihe über dem gleitenden Durchschnitt, ergibt sich ein Short-Signal, und liegt sie darunter ein Long-Signal (siehe Algorithmus 2). Wir bezeichnen diese Strategie im Folgenden als MA(N)-Reversal. Mathematisch ist diese Strategie entsprechend dann profitabel, solange es negative serielle Korrelation der Returns gibt.

Wie bei Momentum sind auch bei Mean-Reversion in der Praxis verwendete Strategien komplexer. Beispiele für solche Countertrend-Strategien sind etwa Oszillatoren wie Bollinger-Bänder (Verwendung von oberen/unteren Bändern mit dynamischer Breite um einen Moving Average) oder RSI (Relative Strength Index, bei dem Moving Averages der Auf- und Abwärtsbewegungen berechnet und ins Verhältnis gesetzt werden).

Algorithmus 2: MA(N)-Reversal-Strategie

N Periodenlänge in Tagen
Preis(t) Rolladjustierte Preis-Zeitreihe (Tagesschlusskursbasis)

1. Berechne Log-Preise $P(t) = \log \text{Preis}(t)$

$$P(t) = \log \text{Preis}(t)$$

2. Berechne arithmetischen Durchschnitt mit Periodenlänge N

$$MA_N(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P(t-i)$$

3. Berechne Signal

$$\text{Signal}(t) = MA_N(t) - P(t)$$

Das heisst für $P(t) > MA_N(t)$ Short-Position, für $P(t) < MA_N(t)$ Long-Position.

Wir haben also gesehen, dass unsere stereotypische Moving-Average-Strategie je nach Ausrichtung sowohl als Momentum-Strategie als auch als Mean-Reversion-Strategie (Countertrend) dienen kann. Welche von beiden profitabel ist, hängt von der Ausprägung positiver oder negativer serieller Korrelation ab.

In der Literatur der Zeitreihen-Analyse werden verschiedene Verfahren genannt, mit denen erkannt werden kann, ob bei einer gegebenen Zeitreihe serielle Korrelation vorliegt. Die beiden bekanntesten sind der »Augmented Dickey Fuller Test« (ADF-Test, siehe Dickey und Fuller, 1981) zur Prüfung der Nullhypothese der Stationarität (d.h. Existenz einer Einheitswurzel) sowie der »Variance-Ratio-Test«, der als statistischer Test der Random-Walk-Hypothese verwendet wird (siehe Lo und MacKinlay, 1988). Der Test, ob eine vorgelegte Zeitreihe einem Random Walk entspricht, hat nicht nur in der Theorie Bedeutung, sondern auch in der Praxis: Die zukünftigen Preise eines Random Walk (keinerlei serielle Korrelation) lassen sich nicht prognostizieren (nur auf Zeitreihen mit serieller Korrelation ist dies überhaupt möglich), jeder Return ist unabhängig von der Preis-Historie.

Wir betrachten im Folgenden den Variance-Ratio-Test näher. Sein Vorteil besteht darin, dass der Zeithorizont N, für den wir auf positive bzw. negative serielle Korrelation testen, explizit spezifiziert wird. Der Variance-Ratio-Test beruht auf der Tatsache, dass die Varianz (d.h. σ^2) der Preis>Returns eines Random Walks linear mit dem Zeithorizont anwächst: Die Varianz über einen Zeitraum von zwei Monaten ist doppelt so gross wie diejenige desselben Prozesses über einen Monat.

Definition: Variance-Ratio (siehe Lo und MacKinlay, 1988)

Sei \mathbf{p}_t eine Log-Preissequenz und $\mathbf{r}_t = \mathbf{p}_t - \mathbf{p}_{t-1}$ die zugehörigen Log>Returns. Es bezeichne $\text{VR}(\mathbf{n})$ die sogenannte Variance-Ratio

$$\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) = \frac{\text{Var}(\sum_{i=1}^n r_{t-i})}{n \text{Var}(r_t)}$$

Die Signifikanz der Variance-Ratio $\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n})$ besteht nun darin, dass $\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) = 1$ für alle n , falls \mathbf{p}_t ein Random Walk ist:

Beispiel 1: Random Walk

Für einen Random Walk \mathbf{p}_t mit Log>Returns $\mathbf{r}_t \sim \mathbf{N}(0, 1)$ i. i. d. gilt

$$\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) = \frac{\text{Var}(\sum_{i=1}^n r_{t-i})}{n \text{Var}(r_t)} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Var}(r_{t-i})}{n \text{Var}(r_t)} = 1$$

für alle $n > 0$.

$\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) > 1$ hingegen bedeutet, es liegt positive serielle Korrelation (Momentum) vor, und $\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) < 1$, dass negative serielle Korrelation (Mean-Reversion) existiert, wie die folgenden zwei Beispiele zeigen:

Beispiel 2: Positive serielle Korrelation

Für \mathbf{p}_t mit Log-Returns

$$\mathbf{r}_t = \epsilon_t + \epsilon_{t-1} \quad \text{mit } \epsilon_t \sim \mathbf{N}(0, 1) \text{ i. i. d.}$$

gilt

$$\text{VR}(\mathbf{p}_t, 2) = \frac{\text{Var}(\mathbf{r}_t + \mathbf{r}_{t-1})}{2 \cdot \text{Var}(\mathbf{r}_t)} = \frac{\text{Var}(\epsilon_t + 2\epsilon_{t-1} + \epsilon_{t-2})}{2 \cdot \text{Var}(\epsilon_t + \epsilon_{t-1})} = 3$$

Es liegt Momentum vor.

Beispiel 3: Negative serielle Korrelation

Für \mathbf{p}_t mit Log-Returns

$$\mathbf{r}_t = \epsilon_t - \epsilon_{t-1} \quad \text{mit } \epsilon_t \sim \mathbf{N}(0, 1) \text{ i. i. d.}$$

gilt

$$\text{VR}(\mathbf{p}_t, 2) = \frac{\text{Var}(\mathbf{r}_t + \mathbf{r}_{t-1})}{2 \cdot \text{Var}(\mathbf{r}_t)} = \frac{\text{Var}(\epsilon_t - \epsilon_{t-2})}{2 \cdot \text{Var}(\epsilon_t - \epsilon_{t-1})} = 1/2$$

Es liegt Mean-Reversion vor.

Der Variance-Ratio-Test kann über die Fälle

$$\text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) > 1, \quad \text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) < 1, \quad \text{VR}(\mathbf{p}_t, \mathbf{n}) = 1$$

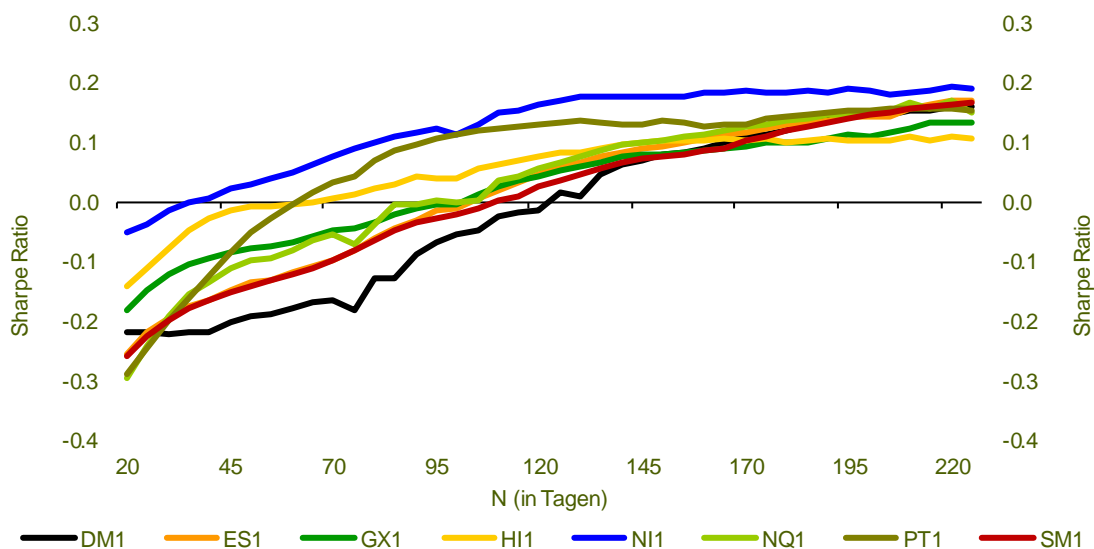
also entscheiden, ob die zugrunde liegende Zeitreihe auf einem N-Tage-Zeithorizont positive, negative oder keine serielle Korrelation aufweist (siehe Charles und Darné, 2009).

Das bedeutet für den erwarteten Profit der MA(N)-Momentum auf einer Log-Preissequenz $\mathbf{p}_t = \mathbf{P}(t)$ mit zugehörigen Log>Returns $\mathbf{r}_t = \mathbf{p}_t - \mathbf{p}_{t-1}$ mit $\mathbb{E}[\mathbf{r}_t] = \mathbf{0}$, dass $\mathbb{E}[\mathbf{Profit}] > 0$, wenn $\text{VR}(N) > 1$, und $\mathbb{E}[\mathbf{Profit}] < 0$, wenn $\text{VR}(N) < 1$ (siehe auch Venkataramani, 2003, und Chan, 2013). Die MA(N)-MOMENTUM-Strategie ist also dann profitabel, wenn $\text{VR}(N) > 1$, was nach der Definition der Variance-Ratio der Fall ist, wenn die vorliegende Zeitreihe positive serielle Korrelation (d.h. Momentum) aufweist, und die MA(N)-REVERSAL-Strategie, wenn $\text{VR}(N) < 1$.

3 Moving-Average-Crossover auf unterschiedlichen Zeithorizonten

Es ist nicht überraschend, dass die Profitabilität der **MA(N)-Momentum-Strategie** sehr stark vom Zeithorizont N abhängt. Abbildung 2 zeigt die Profitabilität (in Form der Sharpe Ratio) als Funktion von N für verschiedene Equity-Futures-Märkte und lässt ein interessantes Bild erkennen: Für grosse Periodenlängen N ist die MA(N)-Momentum-Strategie über den empirischen Zeitraum bei allen Märkten profitabel, für kürzere Periodenlängen ist sie negativ - das heisst im Umkehrschluss: für kurze Periodenlängen ist die »Umkehrung« MA(N)-Reversal profitabel.

Abbildung 2: Profitabilität der MA(N)-Momentum-Strategie auf Equity-Futures-Märkten



Quelle: BANTLEON | Stand: Dezember 2017

Oder anders ausgedrückt, MA(N)-Momentum als Gradmesser für Momentum und Mean-Reversion zeigt, dass die untersuchten Equity-Index-Futures auf kurzen Zeithorizonten Mean-Reversion aufweisen und auf längeren Momentum. Die Abbildungen 3 bis 5 zeigen die Ergebnisse für die anderen Assetklassen und ergeben ein meist ähnliches Bild (recht klare Ausprägung für Fixed Income und FX, etwas schwächere Ausprägung für Commodities). Für eine konkrete Umsetzung sei erwähnt, dass unsere Analyse Transaktionskosten ignoriert - speziell für kurze Zeithorizonte

spielen diese allerdings eine zunehmend grössere Rolle. Ebenso ignoriert sie die absolute Notwendigkeit der exakten Zeitreihensynchronisierung (d.h. die im Backtest verwendeten Preise müssen jeden Tag zeitgleich aufgezeichnet werden, statt Tagesendkurse mit unterschiedlichen effektiven Uhrzeiten zu verwenden).

Reale Finanzmarkt-Zeitreihen sind also eine Überlagerung von Momentum und Mean-Reversion auf verschiedenen Zeithorizonten. Als ein künstliches Beispiel für eine solche Überlagerung, und die Beziehung zum Variance-Ratio-Test, betrachten wir folgendes Beispiel:

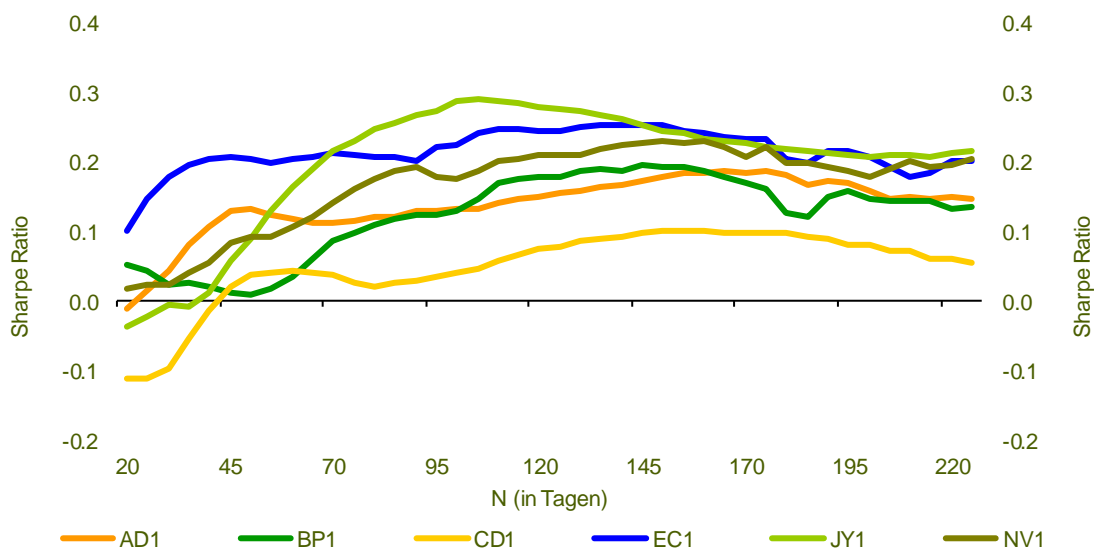
Beispiel 4: Positive/negative serielle Korrelation auf unterschiedlichen Zeithorizonten

Für p_t mit Log-Returns

$$r_t = 10\epsilon_t - \epsilon_{t-1} + 10\epsilon_{t-2} \quad \text{mit } \epsilon_t \sim N(0, 1) \text{ i. i. d}$$

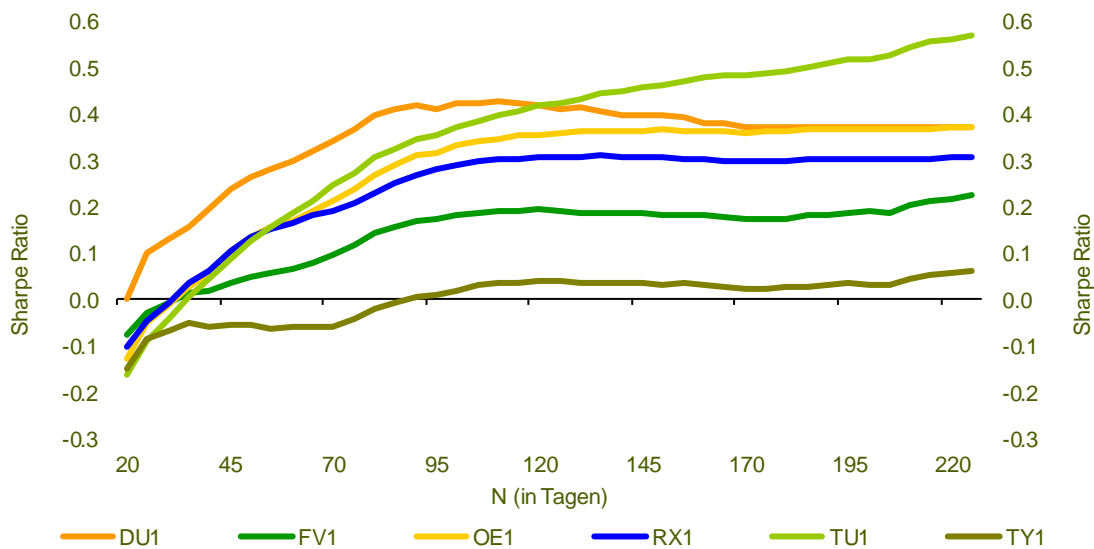
gilt $VR(p_t, 2) = 362 / (2 * 201) < 1$ und $VR(p_t, 3) = 723 / (3 * 201) > 1$. Es liegt Mean-Reversion auf der kurzen Zeitskala $\Delta t = 2$ und Momentum auf der längeren Zeitskala $\Delta t = 3$ vor.

Abbildung 3: MA(N)-Momentum-Strategie auf FX-Futures



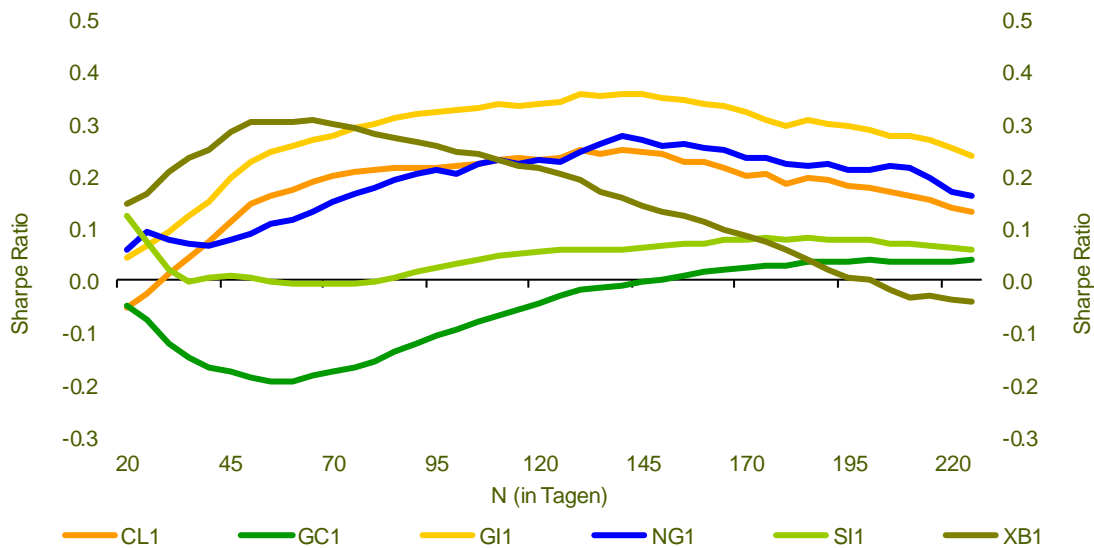
Quelle: BANTLEON | Stand: Dezember 2017

Abbildung 4: MA(N)-Momentum-Strategie auf Fixed-Income-Futures



Quelle: BANTLEON | Stand: Dezember 2017

Abbildung 5: MA(N)-Momentum-Strategie auf Commodity-Futures



Quelle: BANTLEON | Stand: Dezember 2017

Eine Anlagestrategie kann sich dies zunutze machen: Als Beispiel betrachten wir eine Kombination von zwei MA(N)-Momentum-Strategien (mit N = 100 Tage und N = 200 Tage) und einer MA(N)-Reversal-Strategie (mit N = 20 Tage) auf unseren sechs Fixed-Income-Futures-Märkten in Tabelle 2. Die Kombination der Strategien stellt eine Verbesserung gegenüber den Einzelstrategien dar.

Tabelle 2: Kombinationsstrategie (Sharpe Ratio)

	DU1	FV1	OE1	RX1	TU1	TY1
1) Momentum (N = 100 Tage)	0.42	0.17	0.33	0.28	0.37	0.01
2) Momentum (N = 200 Tage)	0.37	0.18	0.36	0.28	0.51	0.02
3) Reversal (N = 20 Tage)	0.00	0.07	0.13	0.10	0.16	0.15
Kombination 1) – 3)	0.43	0.21	0.40	0.32	0.52	0.04

Quelle: BANTLEON | Stand: Dezember 2017

Sind unsere bisherigen Aussagen zeitinvariant und von statischer Natur? Die empirischen Ergebnisse in den Abbildungen 2 bis 5 beruhen auf unserem Datensatz 2000/01 bis 2017/12 und spiegeln damit langfristiges Verhalten der Märkte wider. Betrachtet man kürzere Zeiträume, wird der Effekt von Jahr zu Jahr allerdings unterschiedlich ausfallen. Der heilige Gral einer kombinierten Strategie ist daher Timing, das heisst der dynamische Wechsel zwischen verschiedenen Zeithorizonten und Stilen.

4 Fazit

Die Ausführungen in diesem Arbeitspapier demonstrieren Momentum und Mean-Reversion als inhärente Eigenschaften der zugrunde liegenden Zeitreihen und Zeithorizonte. Unsere Analyse hat dabei auch die bekannte Tatsache bestätigt, dass Märkte typischerweise auf kurzen Zeitskalen eher zu Überreaktionen (d.h. Mean-Reversion) neigen und auf längeren Zeithorizonten tendenziell eher zu Momentum. Reale Finanzmarkt-Zeitreihen weisen eine Überlagerung von Momentum und Mean-Reversion auf verschiedenen Zeithorizonten auf. Die »Kunst« einer guten Anlagestrategie besteht darin, diese unterschiedlichen Zeithorizonte zu extrahieren und zu nutzen. Momentum und Mean-Reversion sind zudem nicht von statischer Natur, sondern sind dynamisch ineinander verwoben. Wie wir gesehen haben, sind die Fragen des Zeithorizonts, des Marktes und des Timings von zentraler Bedeutung.

A Literaturverzeichnis

1. Asness CS, Moskowitz TJ, Pedersen, LH (2013). Value and momentum everywhere. *The Journal of Finance*, 68(3), 929–985.
2. Baz J, Granger NM, Harvey CR, Le Roux N, Rattray S (2015): Dissecting investment strategies in the cross section and time series. *SSRN 2695101*.
3. Chan E (2013). Algorithmic trading: winning strategies and their rationale. *John Wiley & Sons*.
4. Charles A, Darné O (2009). Variance ratio tests of random walk: An overview. *Journal of Economic Surveys*, Wiley, 23(3):503–527.
5. Covel MW (2009): Trend following - learn to make millions in up or down markets. *FT Press*.
6. Dickey DA, Fuller WA (1981): Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica* 49(4):1057–72.
7. Hull J (2006): Options, futures, and other derivatives. *Pearson international*.
8. Hurst B, Ooi YH, Pedersen LH (2012): A century of evidence on trend-following investing. *AQR white paper*.
9. Hurst B, Ooi YH, Pedersen LH (2013): Demystifying managed futures. *Journal of Investment Management* 11(3):42–58.
10. Jegadeesh N, Titman S (1993): Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, 48(1):65–91.
11. Jegadeesh N, Titman S (2001). Profitability of momentum strategies: An evaluation of alternative explanations. *Journal of Finance*, 56(2):699–720.
12. Lo AW, MacKinlay AC (1988): Stock market prices do not follow random walks. Evidence from a simple specification test. *The review of financial studies* 1(1):41-66.
13. Venkataramani C (2003): Random walk hypotheses and profitability of momentum based trading rules. *Diss. University of Pennsylvania*.